WPISUJE ZDAJĄCY

KOD				PESEL										

OKRĘGOWA KOMISJA EGZAMINACYJNA W POZNANIU

MATERIAŁ ĆWICZENIOWY Z MATEMATYKI

POZIOM PODSTAWOWY

STYCZEŃ 2012

Instrukcja dla zdającego
1. Sprawdź, czy arkusz zawiera 18 stron (zadania 1 – 32). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi zamieść w miejscu na to przeznaczonym.
3. Odpowiedzi do zadań zamkniętych (1-23) przenieś na kartę odpowiedzi, zaznaczając je w części karty przeznaczonej dla zdającego. Zamaluj ■ pola do tego przeznaczonego. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem i zaznacz właściwe.
4. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego (24-32) może spowodować, że za to rozwiązanie nie będziesz mógł dostać pełnej liczby punktów.
5. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
6. Nie używaj korektora, a błędne zapisy przekreśl.
7. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie podlegają ocenie.
8. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.

Życzymy powodzenia.

Czas pracy: 170 minut

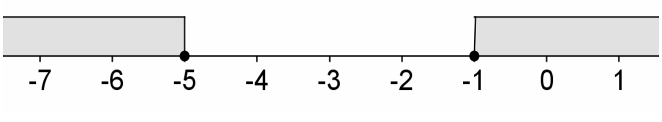
Liczba punktów do uzyskania: 50

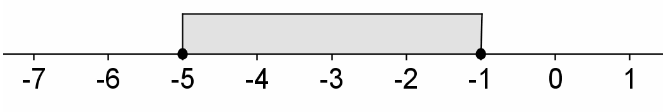
ZADANIA ZAMKNIĘTE

W zadaniach od 1. do 23. wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (*1 pkt*)

Zbiór rozwiązań nierówności $|x-3| \le 2$ przedstawiony jest na osi liczbowej:

A.


B.


C.


D.


Zadanie 2. (*1 pkt*)

Jeżeli liczbę $\dfrac{\sqrt{3}\cdot\sqrt[3]{3}}{\sqrt{27}}$ zapiszemy w postaci 3^a, to a jest równe

A. $\dfrac{3}{2}$ **B.** $-\dfrac{3}{2}$ **C.** $\dfrac{2}{3}$ **D.** $-\dfrac{2}{3}$

Zadanie 3. (*1 pkt*)

Jeżeli $x = 1-2\sqrt{2}$ i $y=\sqrt{2}$, to xy równe jest

A. $\sqrt{2}-4$ **B.** $4-\sqrt{2}$ **C.** -3 **D.** $-\sqrt{2}$

Zadanie 4. (*1 pkt*)

Liczba 3 **nie należy** do dziedziny wyrażenia:

A. $\dfrac{x^2-9}{x^2+6x+9}$ **B.** $-\dfrac{x-3}{x^2-6x+9}$ **C.** $\dfrac{x^2-9}{x^2+9}$ **D.** $\dfrac{x^2-9}{x+3}$

Zadanie 5. (*1 pkt*)

Rozwiązaniem nierówności $(x-2)^2 > 0$ jest

A. $\varnothing$ **B.** 2 **C.** $(-\infty;2)\cup(2;\infty)$ **D.** R

BRUDNOPIS

Zadanie 6. (*1 pkt*)

Rozwiązaniem równania $x^3 + 3x^2 - 4x - 12 = 0$ **nie jest** liczba

A. 2 **B.** -2 **C.** -3 **D.** 3

Zadanie 7. (*1 pkt*)

Funkcja określona wzorem $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x + 1 & dla \quad x \in (-\infty; 0\rangle \\ -\frac{1}{5}x + 1 & dla \quad x \in (0{,}5) \\ x - 5 & dla \quad x \geq 5 \end{cases}$

A. nie ma miejsc zerowych.

B. ma 1 miejsce zerowe.

C. ma 2 miejsca zerowe.

D. ma 3 miejsca zerowe.

Zadanie 8. (*1 pkt*)

Najmniejsza wartość funkcji $y = 2x^2 - 12x + 10$ w przedziale $\langle 0{,}5 \rangle$ jest równa

A. -1 **B.** -8 **C.** -10 **D.** 0

Zadanie 9. (*1 pkt*)

Suma n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego wyraża się wzorem $S_n = n^2 + 5n$ $(n \in N_+)$. Drugi wyraz tego ciągu jest równy

A. 2 **B.** 8 **C.** 12 **D.** 14

Zadanie 10. (*1 pkt*)

Dany jest ciąg geometryczny (a_n), w którym $a_1 = 64$ i $q = -\frac{1}{2}$. Wówczas

A. $a_5 = -4$ **B.** $a_5 = 4$ **C.** $a_5 = 2$ **D.** $a_5 = -2$

Zadanie 11. (*1 pkt*)

W trójkącie prostokątnym o bokach 6, 8, 10, tangens najmniejszego kąta jest równy

A. $\frac{3}{4}$ **B.** $1\frac{1}{3}$ **C.** $\frac{3}{5}$ **D.** $\frac{4}{5}$

BRUDNOPIS

Zadanie 12. (*1 pkt*)

Rozwiązanie równania $(\cos\alpha - \frac{1}{2})(2\sin\alpha - 1) = 0$ w przedziale $\langle 0, 90^\circ \rangle$, to

A. $\alpha = 45^\circ$ lub $\alpha = 60^\circ$

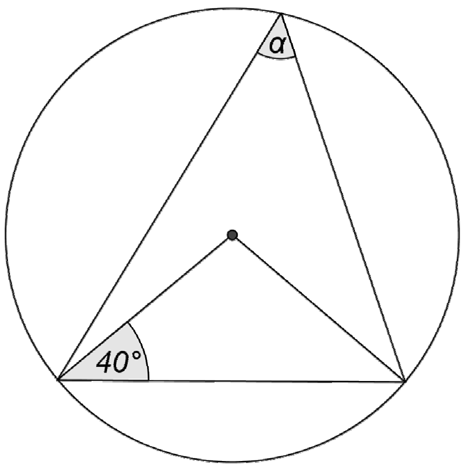
B. $\alpha = 45^\circ$ lub $\alpha = 30^\circ$

C. $\alpha = 60^\circ$ lub $\alpha = 50^\circ$

D. $\alpha = 30^\circ$ lub $\alpha = 60^\circ$

Zadanie 13. (*1 pkt*)

Miara kąta α, zaznaczonego na rysunku, jest równa



A. 25° **B.** 50° **C.** 80° **D.** 100°

Zadanie 14. (*1 pkt*)

Suma miar kąta wpisanego i kąta środkowego, opartych na $\frac{1}{6}$ okręgu, jest równa

A. 60° **B.** 180° **C.** 45° **D.** 90°

Zadanie 15. (*1 pkt*)

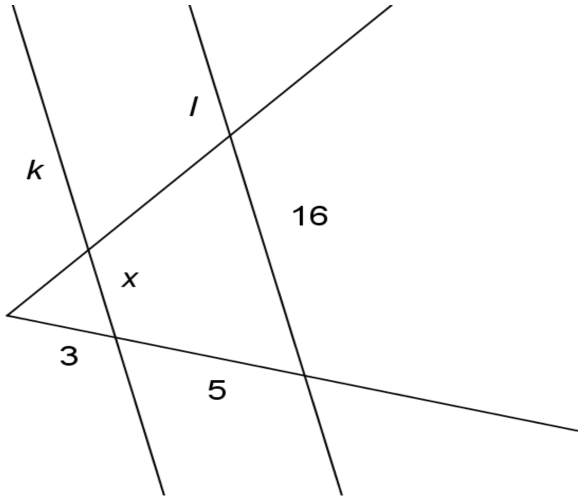
Punkty $A = (1,4)$ i $C = (4,-2)$ wyznaczają przekątną kwadratu *ABCD*. Pole tego kwadratu jest równe

A. 45 **B.** $22\frac{1}{2}$ **C.** 18 **D.** $2\sqrt{45}$

BRUDNOPIS

Zadanie 16. (*1 pkt*)

Proste *k* i l są równoległe. Odcinek *x* ma długość



A. 9,6 **B.** 2 **C.** 6 **D.** 1,5

Zadanie 17. (*1 pkt*)

Promień okręgu o równaniu $x^2 + y^2 - 12x + 33 = 0$ ma długość

A. $\sqrt{33}$ **B.** $\sqrt{3}$ **C.** 3 **D.** 6

Zadanie 18. (*1 pkt*)

W ostrosłupie prawidłowym czworokątnym krawędź podstawy ma długość 4, wysokość ostrosłupa ma długość 5. Ściana boczna jest nachylona do podstawy pod kątem α takim, że

A. $\sin\alpha = \frac{5}{2}$ **B.** $tg\alpha = \frac{5}{2}$ **C.** $tg\alpha = \frac{2}{5}$ **D.** $tg\alpha = \frac{5}{4}$

Zadanie 19. (*1 pkt*)

Objętość kuli wpisanej w sześcian o krawędzi długości 2 jest równa

A. $\frac{4}{3}\pi$ **B.** π **C.** $\frac{32}{3}\pi$ **D.** 4π

Zadanie 20. (*1 pkt*)

Dany jest przedział liczbowy $\langle 2;7 \rangle$. Średnia arytmetyczna liczb pierwszych należących do tego przedziału jest równa

A. $\frac{10}{3}$ **B.** $\frac{17}{4}$ **C.** 4 **D.** 5

BRUDNOPIS

Zadanie 21. (*1 pkt*)

Dla zestawu liczb: 1, 3, 2, 4, 3

A. mediana jest równa 2 i średnia arytmetyczna jest równa 2,6.

B. mediana jest równa 3 i średnia arytmetyczna jest równa 3.

C. mediana jest równa 2 i średnia arytmetyczna jest równa 3.

D. mediana jest równa 3 i średnia arytmetyczna jest równa 2,6.

Zadanie 22. (*1 pkt*)

W pudełku znajdują się kartki, na których zapisano jednocyfrowe liczby naturalne nieparzyste. Wyjmujemy z pudełka kolejno trzy kartki i układając je jedna obok drugiej tworzymy liczby trzycyfrowe. Liczb takich możemy utworzyć maksymalnie

A. 120 **B.** 125 **C.** 60 **D.** 15

Zadanie 23. (*1 pkt*)

Liczb trzycyfrowych o jednakowej cyfrze setek i jedności jest

A. 900 **B.** 90 **C.** 100 **D.** 300

BRUDNOPIS

ZADANIA OTWARTE

Rozwiązania zadań od 24. do 32. należy zapisać w wyznaczonych miejscach pod treścią zadania.

Zadanie 24. (*2 pkt*)

Rozwiąż równanie $x^3 - 2x^2 - 13x + 26 = 0$.

Odpowiedź: ……………………………………………………………………………..

Zadanie 25. (*2 pkt*)

Udowodnij, że suma kwadratów dwóch kolejnych liczb nieparzystych jest liczbą parzystą.

Zadanie 26. (*2 pkt*)

Wyznacz sumę wszystkich dwucyfrowych parzystych liczb naturalnych.

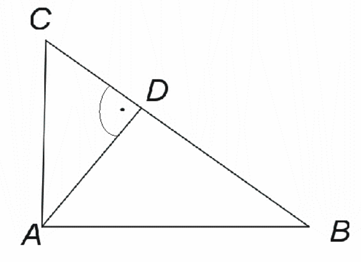
Odpowiedź: ……………………………………………………………………………….. .

Zadanie 27. (*2 pkt*)

Wyznacz miarę kąta ostrego α, dla którego wyrażenie $\frac{\cos^3\alpha + \sin^2\alpha \cdot \cos\alpha}{\cos^2\alpha}$ ma wartość 2.

Odpowiedź: …………………………………………………………………......……….. .

Zadanie 28. (*2 pkt*)



Trójkąt ABC jest prostokątny. Punkt D jest spodkiem wysokości opuszczonej na przeciwprostokątną BC oraz $|DC| = \frac{1}{3}|BD|$ (patrz rysunek). Wykaż, że $|\angle ABD| = 30^0$.

Zadanie 29. (*2 pkt*)

Wyznacz równania stycznych do okręgu o równaniu $x^2 + y^2 - 4x + 2y + 1 = 0$, równoległych do osi odciętych układu współrzędnych.

Odpowiedź: …………………………………………………………………………….. .

Zadanie 30. (*4 pkt*)

Wśród 150 mieszkańców pewnego osiedla przeprowadzono ankietę. Zadano pytanie, z jakiej sieci telefonii komórkowej korzystają. Wyniki badania przedstawiono w tabeli:

Sieć	Ile osób korzysta
„Krzyżyk”	75
„Kółko”	60

Okazało się, że wśród ankietowanych, 10 osób posiada telefony w obydwu sieciach. Oblicz prawdopodobieństwo, że losowo wybrana osoba spośród ankietowanych nie posiada telefonu w żadnej z wymienionych sieci. Wynik przedstaw w formie nieskracalnego ułamka.

Odpowiedź: ……………………………………………………………………………….. .

Zadanie 31. (*5 pkt*)

Liczba a jest o 3 większa od liczby b. Iloraz liczb a i b jest dwa razy mniejszy od sumy tych liczb. Wyznacz liczby a i b.

Odpowiedź: ……………………………………………………………………………….. .

Zadanie 32. ***(6 pkt)***

Mamy dwa pojemniki: pierwszy ma kształt sześcianu, drugi - ostrosłupa prawidłowego czworokątnego. Przekątna sześcianu ma długość $6\sqrt{2}\ cm$. Wysokość ostrosłupa tworzy ze ścianą boczną kąt o mierze $60°$. Pole powierzchni bocznej ostrosłupa jest równe $64\sqrt{3}\ cm^2$. Sprawdź na podstawie odpowiednich obliczeń, czy woda wypełniająca całkowicie pierwszy pojemnik zmieści się w drugim pojemniku.

Odpowiedź: ……………………………………………………………………………….. .

BRUDNOPIS