

## Przykładowy arkusz maturalny matematyka poziom rozszerzony

Zad. 1 ( 3p)

Pierwszy wyraz ciągu arytmetycznego  $(a_n)$  równa się 1. Jaka powinna być różnica tego ciągu, aby suma  $a_1a_3 + a_2a_3$  przyjmowała najmniejszą wartość?

Zad. 2 ( 5p)

Dane są zbiory  $A = \{x; x \in R \text{ i } \frac{2}{x} \geq 1\}$  oraz  $B = \{x; x \in R \text{ i } x^3 < 4x\}$ . Wyznacz zbiory A, B,  $A - B$ .

Zad. 3 ( 4p)

Rozwiąż układ równań: 
$$\begin{cases} \sin(x + y) = -\frac{1}{2} \\ y - 2x = \frac{\pi}{6} \end{cases}, \quad x \in \langle 0, 2\pi \rangle, \quad y \in \langle 0, 2\pi \rangle.$$

Zad. 4 ( 4p)

Dane jest równanie  $x^2 + mx + m - 1 = 0$ . Wykaż, że dla każdej liczby całkowitej m wszystkie rozwiązania tego równania są liczbami całkowitymi.

Zad. 5 ( 5p)

Zaznacz na płaszczyźnie z układem współrzędnych zbiór punktów  $(x, y)$ , których współrzędne spełniają nierówność:  $|y + 2| + 1 \geq |x - 2|$ .

Zad. 6 ( 6p)

Dla jakich wartości parametru m ( $m \in R$ ) okręgi  $o_1: (x - m)^2 + (y - 2)^2 = 5$  oraz  $o_2: (x - 7)^2 + (y + m)^2 = 20$  są styczne zewnętrznie? Dla parzystej wartości parametru m oblicz współrzędne punktu styczności.

Zad. 7 ( 3p)

Wykaż, że trójkąt ABC, w którym kąt przy wierzchołku B ma miarę  $45^\circ$ ,  $|AB| = 2\sqrt{2}$  oraz  $|BC| = 6$  jest rozwartokątny.

Zad. 8 ( 5p)

Wyznacz wszystkie pary różnych liczb całkowitych  $(a, b)$  dla których funkcja  $f(x) = \frac{x}{x^2 + 4}$  przyjmuje taką samą wartość.

Zad. 9 ( 5p)

W pudełku jest dwa razy więcej piłek czerwonych niż białych. Losujemy jednocześnie dwie piłki.

Prawdopodobieństwo wylosowania dwóch piłek czerwonych jest równe  $\frac{7}{16}$ . Oblicz prawdopodobieństwo wylosowania piłek różnych kolorów.

Zad. 10 (6p)

Dana jest funkcja  $f(x) = \max(x^2 - 5x + 7, 3)$ , gdzie  $\max(a, b)$  oznacza nie mniejszą z liczb a i b. Oblicz  $f(-1)$ ,  $f(1)$ ,  $f(5)$  oraz narysuj wykres tej funkcji dla  $x \in \langle -1, 5 \rangle$  i podaj jej zbiór wartości.

Zad. 11 ( 4p)

Sąsiednie ściany boczne ostrosłupa prawidłowego czworokątnego tworzą kąt o mierze  $\alpha$  taki, że  $\cos \alpha = -\frac{1}{7}$ . Oblicz miarę kąta nachylenia krawędzi bocznej do płaszczyzny podstawy.