Modele odpowiedzi do arkusza próbnej matury z OPERONEM

Matematyka
Poziom podstawowy

Grudzień 2007

<table>
<tr><th>Numer zadania</th><th>Modelowe etapy rozwiązywania zadania</th><th>Liczba punktów</th></tr>
<tr><td rowspan="3">1.</td><td>Obliczenie różnicy liczb $y - x$: $y - x = -2 - 4\sqrt{7}$.</td><td>1</td></tr>
<tr><td>Obliczenie wartości bezwzględnej różnicy liczb: $2 + 4\sqrt{7}$.</td><td>1</td></tr>
<tr><td>Obliczenie ilorazu $\frac{x}{y}$: $-3 - 2\sqrt{7}$.</td><td>1</td></tr>
<tr><td rowspan="3">2.</td><td>Sporządzenie tabelki wartości funkcji:
<table><tr><td>x</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td>1</td><td>2</td><td>1</td><td>4</td><td>1</td><td>2</td><td>1</td><td>4</td></tr></table></td><td>2</td></tr>
<tr><td>Narysowanie wykresu funkcji: punkty o odpowiednich współrzędnych.</td><td>1</td></tr>
<tr><td>Podanie zbioru wartości funkcji g: $\{4, 5, 7\}$.</td><td>1</td></tr>
<tr><td rowspan="5">3.</td><td>Analiza zadania i wprowadzenie oznaczeń, np:
x – liczba uszkodzonych żarówek, które należy usunąć,
$50000 - x$ – liczba żarówek pozostałych po usunięciu x żarówek uszkodzonych.</td><td>1</td></tr>
<tr><td>Obliczenie liczby żarówek uszkodzonych: 2000.</td><td>1</td></tr>
<tr><td>Ułożenie nierówności odpowiadającej treści zadania:
$2000 - x < 0,01 \cdot (50000 - x)$.</td><td>1</td></tr>
<tr><td>Rozwiązanie nierówności: $x > 1515,(15)$.</td><td>1</td></tr>
<tr><td>Podanie odpowiedzi: należy usunąć co najmniej 1516 uszkodzonych żarówek.</td><td>1</td></tr>
<tr><td rowspan="3">4.</td><td>Wyznaczenie równania prostej, w której zawarty jest bok AB: $y = 2x + 1$.</td><td>2
(1 pkt za obliczenie współczynnika kierunkowego i 1 pkt za pozostałe obliczenia)</td></tr>
<tr><td>Zapisanie układu równań pozwalającego obliczyć współrzędne punktu B:
$\begin{cases} y = -\frac{1}{2}x - 3 \\ y = 2x + 1 \end{cases}$.</td><td>1</td></tr>
<tr><td>Rozwiązanie układu i podanie odpowiedzi: $B = \left(-\frac{8}{5}, -\frac{11}{5}\right)$.</td><td>1</td></tr>
</table>

Numer zadania	Modelowe etapy rozwiązywania zadania	Liczba punktów
5.	Ułożenie równania wynikającego z treści zadania: $m^3 + 3 = 3m^2 + m$.	1
	Przekształcenie równania do postaci uporządkowanej: $m^3 - 3m^2 - m + 3 = 0$.	1
	Przekształcenie lewej strony równania do postaci iloczynowej: $(m-3)(m-1)(m+1) = 0$.	1
	Wyznaczenie pierwiastków równania i podanie odpowiedzi: $m \in \{-1, 1, 3\}$.	1
6.	Zapisanie współrzędnych wierzchołka paraboli będącej wykresem funkcji f: $W = (2, 6)$.	1
	Zapisanie wzoru funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej: $y = a \cdot (x-2)^2 + 6$.	1
	Ułożenie równania pozwalającego obliczyć współczynnik trójmianu: $0 = a(-1-2)^2 + 6$.	1
	Rozwiązanie równania: $a = -\frac{2}{3}$ i zapisanie wzoru funkcji: $f(x) = -\frac{2}{3}(x-2)^2 + 6$.	1
7.	Obliczenie długości przyprostokątnej przyległej do kąta α: 8.	1
	Obliczenie długości drugiej przyprostokątnej: $4\sqrt{5}$.	1
	Obliczenie szukanej wysokości: $h = \frac{8\sqrt{5}}{3}$.	2 (1 pkt za metodę – np. z pola lub podobieństwa i 1 pkt za obliczenia)
8.	Analiza zadania i wprowadzenie oznaczeń, np: $a_1 = 30, r = 5, S_n = 450$, gdzie n – liczba miesięcy.	1
	Wyznaczenie wyrazu ogólnego ciągu: $a_n = 30 + (n-1) \cdot 5 = 25 + 5n$.	1
	Ułożenie równania wynikającego z treści zadania: $\frac{30 + 25 + 5n}{2} n = 450$.	1
	Rozwiązanie równania: $n_1 = -20, n_2 = 9$.	1
	Podanie odpowiedzi: Darek oszczędzał przez 9 miesięcy.	1
9.	Wykonanie rysunku z oznaczeniami lub wprowadzenie dokładnie opisanych oznaczeń: $\|AB\| = 20, \|CD\| = a$ – podstawy trapezu, $c = \|BC\| = \|AD\|$ – ramiona trapezu, h – wysokość trapezu, $\|\angle DAC\| = \|\angle CAB\| = \alpha$.	1
	Zapisanie, że $\|AD\| = \|CD\| = a$ (np. zauważenie, że trójkąt ACD jest równoramienny).	1
	Ułożenie równania pozwalającego obliczyć długość krótszej podstawy i ramienia trapezu: $3a + 20 = 44$.	1
	Obliczenie długości krótszej podstawy trapezu: $a = 8$.	1

Numer zadania	Modelowe etapy rozwiązywania zadania	Liczba punktów
	Obliczenie wysokości trapezu: $h = 2\sqrt{7}$.	1
	Obliczenie pola trapezu: $P = 28\sqrt{7}$.	1
10.	Obliczenie liczebności zbioru wszystkich zdarzeń elementarnych: $\overline{\overline{\Omega}} = 36$.	1
	Obliczenie liczebności zbioru zdarzeń sprzyjających zdarzeniu A: $\overline{\overline{A}} = 6$.	1
	Obliczenie liczebności zbioru zdarzeń sprzyjających zdarzeniu B: $\overline{\overline{B}} = 15$.	1
	Obliczenie liczebności części wspólnej zdarzeń A, B: $\overline{\overline{A \cap B}} = 3$.	1
	Obliczenie prawdopodobieństw: $P(A) = \frac{6}{36}$, $P(B) = \frac{15}{36}$, $P(A \cap B) = \frac{3}{36}$.	1
	Wykorzystanie wzoru na prawdopodobieństwo sumy zdarzeń i obliczenie tego prawdopodobieństwa: $P(A \cup B) = \frac{1}{2}$.	1
11.	Wykonanie rysunku z oznaczeniami lub wprowadzenie dokładnie opisanych oznaczeń: ABC, $A'B'C'$ – odpowiednio dolna i górna podstawa graniastosłupa, a – krawędź podstawy graniastosłupa, h – wysokość graniastosłupa, $\lvert\sphericalangle CAC'\rvert = \alpha$.	1
	Wyznaczenie długości krawędzi podstawy: $a = 2r\sqrt{3}$.	1
	Wyznaczenie wysokości graniastosłupa: $h = 2r\sqrt{3}\,\mathrm{tg}\,\alpha$.	1
	Wyznaczenie pola podstawy graniastosłupa P_p: $P_p = 3r^2\sqrt{3}$.	1
	Obliczenie objętości graniastosłupa: $V = 18r^3\,\mathrm{tg}\,\alpha$.	1