dysleksja

MATERIAŁ DIAGNOSTYCZNY Z MATEMATYKI

Arkusz I

POZIOM PODSTAWOWY

Czas pracy 120 minut

Instrukcja dla ucznia

1. Sprawdź, czy arkusz zawiera 12 ponumerowanych stron. Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego badanie.
2. Rozwiązania i odpowiedzi zapisz w miejscu na to przeznaczonym.
3. W rozwiązaniach zadań przedstaw tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
4. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
5. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
6. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie podlegają ocenie.
7. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.
8. Wypełnij tę część karty odpowiedzi, którą koduje uczeń. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla oceniającego.
9. Na karcie odpowiedzi wpisz swoją datę urodzenia i PESEL. Zamaluj ■ pola odpowiadające cyfrom numeru PESEL. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem ■ i zaznacz właściwe.

Życzymy powodzenia!

ARKUSZ I

GRUDZIEŃ

ROK 2005

Za rozwiązanie wszystkich zadań można otrzymać łącznie **50 punktów**

Wypełnia uczeń przed rozpoczęciem pracy

PESEL UCZNIA

Wypełnia uczeń przed rozpoczęciem pracy

KOD UCZNIA

Zadanie 1. (*4 pkt*)

Wielomian $P(x) = x^3 - 21x + 20$ rozłóż na czynniki liniowe, to znaczy zapisz go w postaci iloczynu trzech wielomianów stopnia pierwszego.

Zadanie 2. (*4 pkt*)

W roku 2005 na uroczystości urodzin zapytano jubilata, ile ma lat. Jubilat odpowiedział: „Jeśli swój wiek sprzed 10 lat pomnożę przez swój wiek za 11 lat, to otrzymam rok mojego urodzenia”. Ułóż odpowiednie równanie, rozwiąż je i zapisz, w którym roku urodził się ten jubilat.

Zadanie 3. (*5 pkt*)

Funkcja $f(x)$ jest określona wzorem: $f(x)=\begin{cases} x+2 & \text{dla } x\in\langle -1;\, 1) \\ -(x-1)^2 & \text{dla } x\in\langle 1;\, 3\rangle \end{cases}$

a) Sprawdź, czy liczba $a=(0{,}25)^{-0{,}5}$ należy do dziedziny funkcji $f(x)$.

b) Oblicz $f(2)$ oraz $f(3)$.

c) Sporządź wykres funkcji $f(x)$.

d) Podaj rozwiązanie równania $f(x)=0$.

e) Zapisz zbiór wartości funkcji $f(x)$.

Zadanie 4. (*6 pkt*)

W układzie współrzędnych są dane dwa punkty: $A = (-2, 2)$ i $B = (4, 4)$.

a) Wyznacz równanie prostej AB.

b) Prosta AB oraz prosta o równaniu $9x - 6y - 26 = 0$ przecinają się w punkcie C. Oblicz współrzędne punktu C.

c) Wyznacz równanie symetralnej odcinka AB.

Zadanie 5. (*5 pkt*)

Nieskończony ciąg liczbowy (a_n) jest określony wzorem $a_n = 4n - 31$, $n = 1, 2, 3, \ldots$.
Wyrazy a_k, a_{k+1}, a_{k+2} danego ciągu (a_n), wzięte w takim porządku, powiększono: wyraz a_k o 1, wyraz a_{k+1} o 3 oraz wyraz a_{k+2} o 23. W ten sposób otrzymano trzy pierwsze wyrazy pewnego ciągu geometrycznego. Wyznacz k oraz czwarty wyraz tego ciągu geometrycznego.

Zadanie 6. (*4 pkt*)
Do szkolnych zawodów szachowych zgłosiło się 16 uczniów, wśród których było dwóch faworytów. Organizatorzy zawodów zamierzają losowo podzielić szachistów na dwie jednakowo liczne grupy eliminacyjne, Niebieską i Żółtą. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że faworyci tych zawodów nie znajdą się w tej samej grupie eliminacyjnej. Końcowy wynik obliczeń zapisz w postaci ułamka nieskracalnego.

Zadanie 7. ***(3 pkt)***

Aby wyznaczyć wszystkie liczby całkowite c, dla których liczba postaci $\frac{c-3}{c-5}$ jest także liczbą całkowitą można postąpić w następujący sposób:

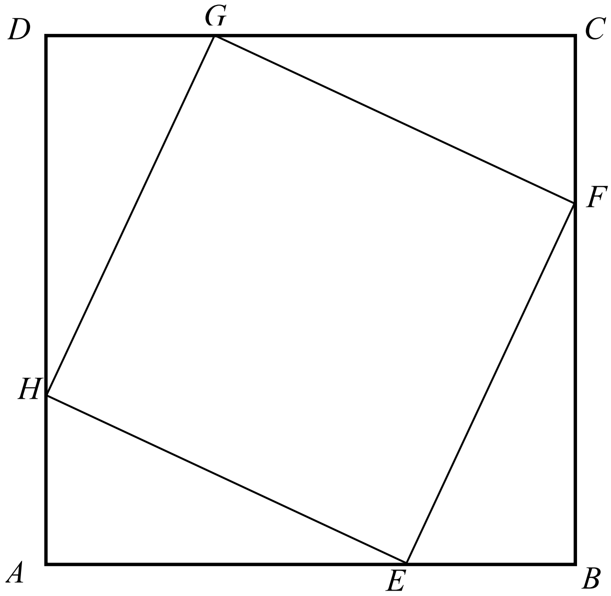
a) Wyrażenie w liczniku ułamka zapisujemy w postaci sumy, której jednym ze składników jest wyrażenie z mianownika:
$$\frac{c-3}{c-5}=\frac{(c-5)+2}{c-5}$$
b) Zapisujemy powyższy ułamek w postaci sumy liczby 1 oraz pewnego ułamka:
$$\frac{c-5+2}{c-5}=\frac{c-5}{c-5}+\frac{2}{c-5}=1+\frac{2}{c-5}$$
c) Zauważamy, że ułamek $\frac{2}{c-5}$ jest liczbą całkowitą wtedy i tylko wtedy, gdy liczba $(c-5)$ jest całkowitym dzielnikiem liczby 2, czyli że $(c-5)\in\{-1, 1, -2, 2\}$.

d) Rozwiązujemy kolejno równania $c-5=-1$, $c-5=1$, $c-5=-2$, $c-5=2$, i otrzymujemy odpowiedź: liczba postaci $\frac{c-3}{c-5}$ jest całkowita dla: $c=4$, $c=6$, $c=3$, $c=7$.

Rozumując analogicznie, wyznacz wszystkie liczby całkowite x, dla których liczba postaci $\frac{x}{x-3}$ jest liczbą całkowitą.

Zadanie 8. (*5 pkt*)

W kwadrat $ABCD$ wpisano kwadrat $EFGH$, jak pokazano na poniższym rysunku. Wiedząc, że $|AB| = 1$ oraz tangens kąta AEH równa się $\frac{2}{5}$, oblicz pole kwadratu $EFGH$.



Zadanie 9. *(7 pkt)*

Liczbę naturalną t_n nazywamy n -tą liczbą trójkątną, jeżeli jest ona sumą n kolejnych, początkowych liczb naturalnych. Liczbami trójkątnymi są zatem: $t_1 = 1$, $t_2 = 1 + 2 = 3$, $t_3 = 1 + 2 + 3 = 6$, $t_4 = 1 + 2 + 3 + 4 = 10$, $t_5 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$. Stosując tę definicję:

a) wyznacz liczbę t_{17} .

b) ułóż odpowiednie równanie i zbadaj, czy liczba 7626 jest liczbą trójkątną.

c) wyznacz największą czterocyfrową liczbę trójkątną.

Zadanie 10. (*7 pkt*)

Pole powierzchni całkowitej prawidłowego ostrosłupa trójkątnego równa się $144\sqrt{3}$, a pole jego powierzchni bocznej $96\sqrt{3}$. Oblicz objętość tego ostrosłupa.

BRUDNOPIS