MATERIAŁY DIAGNOSTYCZNE
Z MATEMATYKI

LUTY 2012

POZIOM PODSTAWOWY

Czas pracy 170 minut

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz zawiera 22 strony (zadania 1 – 33).
2. Arkusz zawiera 24 zadania zamknięte i 9 zadań otwartych.
3. W zadaniach od 1. do 24. są podane cztery odpowiedzi: A, B, C, D. Wybierz tylko jedną odpowiedź i zaznacz ją na karcie odpowiedzi.
4. Rozwiązania zadań od 25. do 33. zapisz czytelnie i starannie w wyznaczonych miejscach.
5. Nie używaj korektora, a błędne zapisy przekreśl.
6. W rozwiązaniach zadań przedstaw tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
7. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
8. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie podlegają ocenie.
9. Obok każdego zadania podana jest maksymalna liczba punktów, którą możesz uzyskać za poprawne rozwiązanie.
10. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.

Za rozwiązanie wszystkich zadań można otrzymać łącznie **50 punktów.**

Zadanie 1. (*1 pkt*)
Cena towaru wraz z 23% podatkiem VAT jest równa 25,83 zł. Cena towaru bez podatku VAT jest równa

A. 19,89 zł **B.** 19,90 zł **C.** 21,00 zł **D.** 31,77 zł

Zadanie 2. (*1 pkt*)
Przedział $(-3,5)$ jest zbiorem rozwiązań nierówności

A. $|1-x|<4$ **B.** $|x+3|<5$ **C.** $|3-x|<5$ **D.** $|x+1|<4$

Zadanie 3. (*1 pkt*)
Dana jest liczba $x=2\log_4 8$. Wtedy

A. $x=2$ **B.** $x=3$ **C.** $x=64$ **D.** $x=256$

Zadanie 4. (*1 pkt*)
Liczba 30 jest przybliżeniem z nadmiarem liczby a. Błąd bezwzględny tego przybliżenia jest równy 2,31. Wtedy

A. $a=27,69$ **B.** $a=28,31$ **C.** $a=30,31$ **D.** $a=32,31$

Zadanie 5. (*1 pkt*)
Dana jest liczba $x=9^{-\frac{1}{2}}\cdot(-8)^{\frac{1}{3}}$. Wtedy

A. $x=\frac{2}{3}$ **B.** $x=-\frac{2}{3}$ **C.** $x=-\frac{3}{2}$ **D.** $x=-6$

Zadanie 6. (*1 pkt*)
Liczba $\left(\sqrt{3}+2\right)\left(2-\sqrt{3}\right)$ jest równa

A. -1 **B.** 0 **C.** 1 **D.** 2

Zadanie 7. (*1 pkt*)
Dziedziną wyrażenia wymiernego $\frac{x+4}{x^2-25}$ jest

A. $(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$

B. $(-\infty,-4)\cup(-4,+\infty)$

C. $(-\infty,5)\cup(5,+\infty)$

D. $(-\infty,-5)\cup(-5,5)\cup(5,+\infty)$

Brudnopis

Zadanie 8. (*1 pkt*)
Funkcja liniowa określona wzorem $f(x) = (2-5m)x + m - 1$ jest malejąca. Wtedy

A. $m \in \left(-\infty, \frac{2}{5}\right)$ **B.** $m \in (-\infty, 1)$ **C.** $m \in \left(\frac{2}{5}, +\infty\right)$ **D.** $m \in (1, +\infty)$

Zadanie 9. (*1 pkt*)
Funkcja $f(x) = -2(x+3)(x-4)$ przyjmuje wartości dodatnie dla

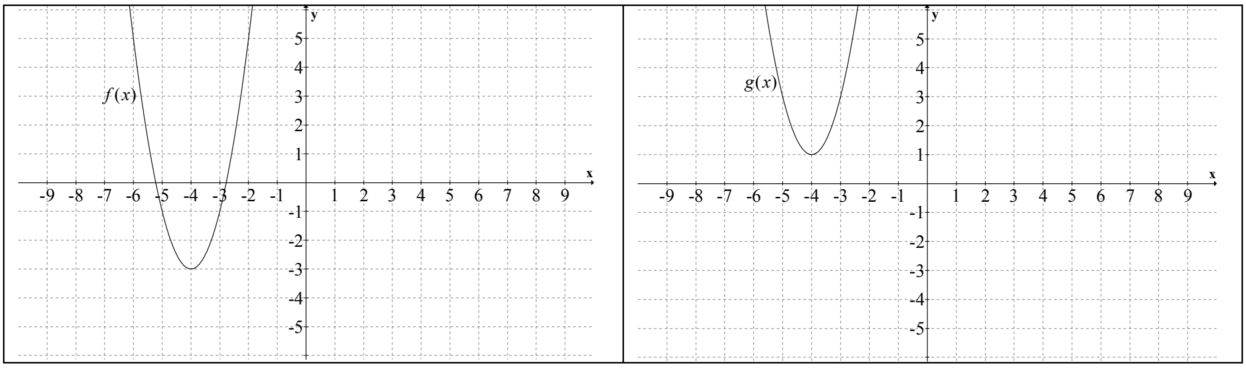
A. $x \in (-\infty, -4) \cup (3, +\infty)$ **B.** $x \in (-\infty, -3) \cup (4, +\infty)$

C. $x \in (-3, 4)$ **D.** $x \in (-4, 3)$

Zadanie 10. (*1 pkt*)
Dana jest funkcja określona wzorem $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & \text{dla } x \in (-\infty, -2\rangle \\ -2x + 1 & \text{dla } x \in (-2, +\infty) \end{cases}$. Miejscem zerowym tej funkcji jest liczba

A. 1 **B.** $\frac{1}{2}$ **C.** $-\frac{1}{2}$ **D.** -1

W zadaniach 11. i 12. wykorzystaj przedstawione poniżej wykresy funkcji f i g.



Zadanie 11. *(1 pkt)*
Zbiorem wartości funkcji *f* jest

A. $\langle -7, -1\rangle$ **B.** $\langle -4, +\infty)$ **C.** $\langle -3, +\infty)$ **D.** $(-\infty, 0\rangle$

Zadanie 12. *(1 pkt)*
Wykres funkcji $g(x)$ otrzymujemy przesuwając wykres funkcji $f(x)$ wzdłuż osi Oy. Wykres funkcji g określony jest wzorem

A. $g(x) = f(x-4)$ **B.** $g(x) = f(x) - 4$

C. $g(x) = f(x+4)$ **D.** $g(x) = f(x) + 4$

Brudnopis

Zadanie 13. (*1 pkt*)

W ciągu arytmetycznym (a_n) dane są: $a_{21} = 2012$ i $r = 100$. Wtedy wyraz a_1 jest równy

A. 12 **B.** 22 **C.** 50 **D.** 102

Zadanie 14. (*1 pkt*)

W ciągu geometrycznym (a_n) dane są: $a_1 = \frac{3}{4}$ i $a_2 = 1$. Wtedy wyraz a_5 jest równy

A. $\frac{256}{81}$ **B.** $\frac{64}{27}$ **C.** $\frac{16}{9}$ **D.** $\frac{9}{16}$

Zadanie 15. (*1 pkt*)

Kąt α jest ostry i $\cos\alpha = \frac{4}{5}$. Wtedy

A. $\mathrm{tg}\alpha = \frac{3}{4}$ **B.** $\mathrm{tg}\alpha = \frac{4}{3}$ **C.** $\sin\alpha = \frac{1}{5}$ **D.** $\sin\alpha = \frac{4}{5}$

Zadanie 16. (*1 pkt*)

Wyrażenie $\frac{1-\cos^2\alpha}{\cos\alpha}$ jest równe

A. $1-\cos\alpha$ **B.** $\frac{\cos\alpha}{\mathrm{tg}\alpha}$ **C.** $\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$ **D.** $\mathrm{tg}\alpha \cdot \sin\alpha$

Zadanie 17. (*1 pkt*)

Dany jest okrąg o promieniu 12. Miara kąta między średnicą AB a cięciwą BC jest równa $30°$. Wtedy cięciwa AC ma długość

A. 6 **B.** $6\sqrt{3}$ **C.** 12 **D.** $12\sqrt{3}$

Zadanie 18. (*1 pkt*)

Dane są dwa prostokąty podobne o polach powierzchni P_I i P_{II}. Wiemy, że $\frac{P_I}{P_{II}} = 2$ i obwód większego prostokąta jest równy 48 cm. Obwód mniejszego prostokąta jest równy

A. 12 **B.** $12\sqrt{2}$ **C.** 24 **D.** $24\sqrt{2}$

Zadanie 19. (*1 pkt*)

Bok trójkąta równobocznego ma długość 8. Promień okręgu opisanego na tym trójkącie jest równy

A. $\frac{16\sqrt{3}}{3}$ **B.** $\frac{8\sqrt{3}}{3}$ **C.** $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ **D.** $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

Brudnopis

Zadanie 20. (*1 pkt*)

Wykres funkcji liniowej określonej wzorem $f(x)=0,5x+7$ jest prostą prostopadłą do prostej o równaniu

A. $y=2x+7$ **B.** $y=-0,5x-7$ **C.** $y=5x+7$ **D.** $y=-2x+7$

Zadanie 21. (*1 pkt*)

Styczną do okręgu $(x-2)^2+(y+1)^2=4$ jest prosta o równaniu

A. $x=4$ **B.** $x=-4$ **C.** $y=0$ **D.** $y=4$

Zadanie 22. (*1 pkt*)

Przekątna sześcianu ma długość $6\,\text{cm}$. Objętość tego sześcianu jest

A. mniejsza niż $41\,\text{cm}^3$

B. równa $41\,\text{cm}^3$

C. równa $41,5\,\text{cm}^3$

D. większa niż $41,5\,\text{cm}^3$

Zadanie 23. (*1 pkt*)

Ile różnych czterocyfrowych kodów PIN, o niepowtarzających się cyfrach, można utworzyć z cyfr parzystych? Uwaga: zero jest też liczbą parzystą.

A. 625 **B.** 120 **C.** 5 **D.** 1

Zadanie 24. (*1 pkt*)

O zdarzeniu losowym A, zawartym w Ω wiemy, że $P(A)+5P(A')=1,64$. Wtedy

A. $P(A)=0,16$ **B.** $P(A)=0,328$ **C.** $P(A)=0,84$ **D.** $P(A)=0,94$

Brudnopis

Zadanie 25. (*2 pkt*)

Rozwiąż równanie $\frac{3}{x}+\frac{x}{3}=\frac{5}{2}$ dla $x \neq 0$.

Zadanie 26. (*2 pkt*)

Wykaż, że jeśli $x > 0$ i $y > 0$, to $\frac{x^2}{y} + \frac{y^2}{x} \geq x + y$.

Zadanie 27. (*2 pkt*)

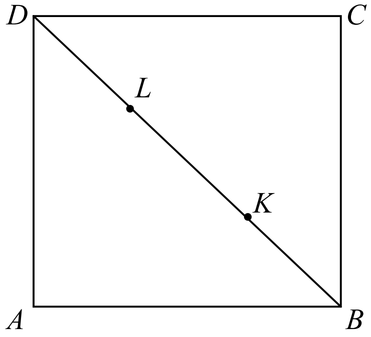
Dany jest trapez $ABCD$. Dłuższa podstawa AB ma długość m, pozostałe trzy boki trapezu są równej długości. Przedłużenia ramion trapezu AD i BC przecinają się w punkcie E pod kątem 2α . Oblicz obwód tego trapezu.

Zadanie 28. (*2 pkt*)

Przemek w czasie ferii zimowych podjął pracę w firmie „Ulotek-express”. Pierwszego dnia rozniósł 900 ulotek, każdego następnego dnia o 40 mniej niż poprzedniego. Za dostarczenie jednej ulotki firma płaci 5 groszy. Jaką kwotę zarobił Przemek w czasie 14 dni pracy?

Zadanie 29. (*2 pkt*)

Dany jest kwadrat $ABCD$. Na przekątnej BD obrano dwa różne punkty K i L, takie że $|BK| = |DL|$ (zobacz rysunek). Uzasadnij, że czworokąt $AKCL$ jest rombem.



Zadanie 30. (*2 pkt*)

Dany jest romb $ABCD$ o boku długości 16 i polu powierzchni równym $128\sqrt{3}$. Oblicz długość dłuższej przekątnej tego rombu.

Zadanie 31. (*4 pkt*)

Julia i Dominika mają skarbonki. W skarbonce Julii znajduje się 1 banknot 50 zł, dwa banknoty 20 zł i 3 banknoty 10 zł, natomiast w skarbonce Dominiki znajdują się 2 banknoty 50 zł, 1 banknot 20 zł i 5 banknotów 10 zł. Każda z dziewcząt losuje ze swojej skarbonki jeden banknot. Jakie jest prawdopodobieństwo, że wartość wylosowanych banknotów przekroczy 38 zł? Wynik podaj w postaci ułamka nieskracalnego.

Zadanie 32. (5 *pkt*)

Punkty o współrzędnych $A=(-2,-8)$, $B=(2,4)$, $C=(-2,2)$ są wierzchołkami trapezu. Ramię trapezu AD jest prostopadłe do podstaw AB i CD. Oblicz współrzędne punktu D oraz pole powierzchni tego trapezu.

Zadanie 33. (*5 pkt*)

Szkoła zakupiła na raty serwer za kwotę 5400 zł. Będzie go spłacała w równych miesięcznych ratach. Gdyby okres spłaty skrócić o pół roku, wówczas kwota raty wzrosłaby o 75 zł. Jaka była miesięczna wysokość raty i przez jaki okres szkoła spłacała swoje zobowiązania finansowe?

Brudnopis